

The dance of the pendulums

COLEGIUL NAȚIONAL „VASILE LUCACIU” DIN BAIJA MARE
POP DRAGOȘ-CRISTIAN
Specializarea: Matematică-Informatică
Email: dragos.pop@lucaciu.ro

COLEGIUL NAȚIONAL „VASILE LUCACIU” DIN BAIJA MARE
TIBA PAUL ȘTEFAN
Specializarea: Matematică-Informatică
Email: tibastefan33@gmail.com

Abstract

Our work presents the study of the gravitational pendulum and the laws that govern the oscillations of the gravitational pendulum. For this purpose, we built a device that highlights in a unique way the period of oscillation of the pendulum depending on its length. The device is made up of 15 gravitational pendulums, ordered in increasing order according to the length of the wires, suspended by means of inextensible wires of negligible mass, whose lengths vary from one wire to another. The wires were chosen of different lengths to give each pendulum a different period, so that once released from a certain angle, not being coupled, they begin to oscillate, forming the image of a wave.

Keywords: gravitational pendulum, wave, oscillation period, oscillation

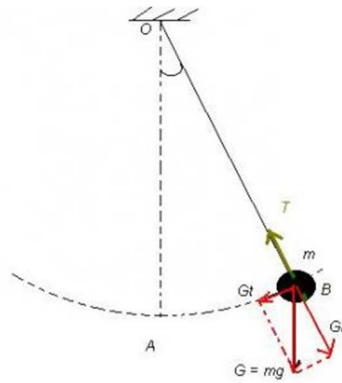


Introducere

Pendulul matematic este alcătuit dintr-o mică sferă de masă m , de dimensiuni neglijabile considerată punct material, suspendată de un fir subțire și inextensibil, de masă neglijabilă în raport cu masa sferei. Acesta este un pendul matematic fără frecări (pendul simplu).

Pendulul matematic– considerații teoretice

Considerăm un pendul matematic în echilibru în poziția verticală OA . Starea de echilibru este alterată odată cu deplasarea laterală urmată de eliberarea pendulului, acesta începându-și mișcarea oscilatorie.



Reprezentarea forțelor

Fig. 1 https://www.scrigroup.com/files/fizica/584_poze/image007.jpg

Dimensiunile corpului sunt neglijabile față de l (lungime). Pentru a pune pendulul în oscilație, îl îndepărtăm de la poziția verticală de echilibru cu un unghi θ_0 și îl lăsăm liber. El oscilează cu amplitudinea unghiulară $\theta_m = \theta$.

Forța de revenire este componenta \vec{G}_t a greutateii $\vec{G} = m\vec{g}$, orientată spre poziția de echilibru, O , oricare ar fi poziția instantanee B a pendulului:

$$G_t = m \cdot g \cdot \sin\theta$$

Componenta normală a greutateii, \vec{G}_n , și forța centrifugă de inerție sunt echilibrate în orice moment de tensiunea \vec{T} apărută în fir. În poziția B :

$$G_n = m \cdot g \cdot \cos\theta$$

Pentru poziția instantanee B : $-G_t = ma_t$ unde a_t reprezintă accelerația tangențială a masei m a pendulului.

$$\text{Deoarece: } G_t = m g \cdot \sin\theta \text{ vom avea } a_t = -g \cdot \sin\theta \quad (1)$$

1. Dacă amplitudinea pendulului matematic nu depășește 20° atunci perioada proprie a oscilațiilor nu mai depinde practic de amplitudine.

$$\text{Putem scrie: } OB \approx \overline{OB} = x, \text{ unde } OB = l \cdot \sin\theta \approx l \cdot \theta.$$

Deci elongația liniară x este proporțională cu deviația unghiulară θ exprimată în radiani:

$$x \approx l \cdot \theta \quad (2)$$

Ecuția (1) aplicată micilor oscilații ($\theta < 20^\circ$, caz în care se aproximează $\sin\theta = \theta$) devine:
 $a \approx -g \cdot \theta$ sau conform cu (2):

$$a \approx -\frac{g}{l} \cdot x$$

Rezultă că micile oscilații ale unui pendul matematic sunt aproximativ liniar armonice, accelerația fiind proporțională cu elongația liniară și de sens opus acesteia: $a = -\omega^2 \cdot x$

Pulsția proprie a micilor oscilații este deci: $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ iar perioada lor proprie:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Legile pendulului matematic:

În urma experimentelor s-au formulat legile pendulului matematic referitoare la perioada proprie a micilor oscilații:

1. Perioada este independentă de masa pendulului (masa nu intervine);
2. Perioada este independentă de amplitudinea oscilațiilor (proprietate numită *izocronismul micilor oscilații*);
3. Perioada este proporțională cu rădăcina pătrată a lungimii firului de suspensie;

Dispozitiv experimental – Dansul pendulelor

Am folosit materialele teoretice prezentate anterior pentru a studia mișcările oscilatorii ale pendulelor gravitaționale. Noi am asamblat un dispozitiv fizic de forma unui paralelipiped dreptunghic la care am adăugat o bară transversală, paralelă cu baza dispozitivului. Pe această bară am efectuat măsurători pentru a avea o distanță ideală între pendulele care urmau să fie suspendate. Pentru realizarea pendulelor am folosit bile de biliard, cu un diametru de 576mm și o greutate de 156g, pe care le-am perforat cu un burghiu electric pentru a le atașa inele de prindere de care am legat firele.

Astfel, odată ce am avut toate materialele necesare, am efectuat măsurători asupra pendulelor, suspendându-le de la diferite înălțimi pentru a obține un anumit număr de oscilații într-un interval de timp. După ce am avut primul pendul suspendat cu un număr de oscilații bine determinat, următoarelor pendule li s-a prestabilit un alt număr de oscilații astfel încât, de la primul până la ultimul pendul, frecvența oscilațiilor să fie crescătoare. Datorită numărului diferit de oscilații de la un pendul la altul, odată ce îndepărtăm sistemul pendular din punctul de echilibru, trăgând spre exterior simultan toate pendulele și le eliberăm, ele vor începe o mișcare oscilatorie asincronă și vor forma în mod spectaculos o undă.

Concluzii

Am descoperit experimental că ansamblul de pendule va trece printr-un număr de modele de unde la intervale de aproximativ 30 de secunde. Undele formate sunt spectaculoase datorită perioadelor de oscilație diferite ale pendulelor, ele formând balansări alternante, împărțindu-se în grupe, mișcările părând haotice și complexe.

Tot ce se întâmplă în mijlocul acestui interval este o imagine inedit de frumoasă a mai multor pendule care oscilează, fiecare având o perioadă de oscilație mai mică decât cea precedentă, deplasându-se și defazându-se în perechi. Pe măsură ce pendulele cu un fir mai scurt încep să le devanseze pe cele cu un fir mai lung, acestea par a le conduce ușor pe cele învecinate dând naștere unei unde vizuale. Odată ce vor fi trecut 15 secunde de la eliberarea pendulelor, jumătate dintre pendule vor fi realizat un număr întreg de cicluri, în timp ce restul pendulelor mai au de efectuat același număr până la săvârșirea unui ciclu complet.

Când acest lucru se întâmplă, jumătate dintre pendule se vor afla pe o parte a sistemului, iar cealaltă jumătate pe partea opusă a sistemului.

Bibliografie

- [1] Fig. 1 https://www.scrigroup.com/files/fizica/584_poze/image007.jpg
- [2] Rodica Ionescu - Andrei, Cristina Onea, Ion Toma "Fizica Manual pentru clasa a XI- a FI" editura "Art Educational", page 17-18.
- [3] Colectiv "Fizica pentru grupele de performanta", page 170-172.
- [4] <https://www.education.com/science-fair/article/pendulum-waves/>
- [5] <https://www.youtube.com/watch?v=yVkdJ9PkRQ>
- [6] <https://sciencedemonstrations.fas.harvard.edu/presentations/pendulum-waves>

[7] https://ro.wikipedia.org/wiki/Pendul_Foucault

[8] Mihai Popescu, Valerian Tomescu, Smaranda Strazzaboschi, Mihai Sandu „*Fizica 11*” editura „*LVS CREPUSCUL*”, page 15-16.

